



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Enero-Abril 2009

Nombre: _____

Carnet: _____ Sección: _____

MA-3111—Primer Parcial, modelo 28-2-2009, 35 %— 9:30 a.m.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$
$u^{(k)}_{gen}(x)$	$z^k U(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(k)}(x)$	z^k
$\delta^{(k)}(x-a)$	$z^k e^{-az}$
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\sin(ax)$	$\frac{a}{z^2+a^2}$
$H(x)\cos(ax)$	$\frac{z}{z^2+a^2}$
$H(x)\sinh(ax)$	$\frac{a}{z^2-a^2}$
$H(x)\cosh(ax)$	$\frac{z}{z^2-a^2}$

1. Resuelva el siguiente problema usando transformadas de Laplace

$$y'''(t) - y''(t) + u'(t) - u(t) = \delta''(t)$$

$$y(2) = 0, \quad y'(2) = y''(2) = -1$$

Solución

2. Calcule, por el método de los residuos, la transformada de Laplace inversa de

$$U(z) = \frac{z^3 - 6z^2 + 10z}{(z - 3)^3}$$

Solución

3. Calcule el producto de convolución siguiente:

$$\cos(2x)H(x) * \sin(3x)H(x)$$

Solución

MA-3111- 9:30 a.m.

4. Sea la función 2π -periódica, dada en $(-\pi, \pi)$ por $f(x) = \text{sen}(\alpha x)$ con $\alpha \in (0, 1)$
- a) Grafique la función en $(0, 2\pi)$ para $\alpha = 0,5$
- b) Calcule los coeficientes b_n de la serie de Fourier $f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{sen}(nx)$

$$b_n =$$

- c) Estudiando la convergencia de la serie en $x = 1/2$ halle la suma de la serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2k+1)(-1)^k}{\alpha^2 - (2k+1)^2} =$$

- d) Aplicando el teorema de Parseval calcule la suma

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(\alpha^2 - n^2)^2} =$$

Solución